

2022 학년도 개정 수능 수학

블랙홀수

확률과 통계

문제

새롭게 바뀐 2022학년도 수능 수학 어떻게 공부해야 할까?

2022학년도 수능 수학은 2015 개정 교육과정의 취지에 따라 공통과목+선택과목 구조 체제로 전환됩니다.

무엇이 어떻게 바뀌었을까요?



- ① 수학에서 공통과목은 '수학 I', '수학 II'이고, 선택과목은 '확률과 통계', '미적분', '기하'입니다.
- ② 공통과목은 공통 응시하고 선택과목 중 1과목을 선택하여 응시하기 때문에 두 개의 시험지를 받게 됩니다.
- ③ 총 30문항 중, 공통과목은 22문항(선다형 15문항/단답형 7문항)이며, 선택과목은 8문항(선다형 6문항/단답형 2문항)입니다.

	공통과목 (수학 I, 수학 II)	선택과목 택1 (확률과 통계, 미적분, 기하)	합계
문항 수	22문항 (선다형 15문항/단답형 7문항)	8문항 (선다형 6문항/단답형 2문항)	30문항 (선다형 21문항/단답형 9문항)
배점	74점 (선다형 50점/단답형 24점)	26점 (선다형 18점/단답형 8점)	100점 (선다형 68점/단답형 32점)
시험 시간	100분		

수능 수학이 새롭게 바뀌었으니, 이전의 기출문제를 분석하는 것은 무용지물일까요?

아닙니다! 수능 시험의 형식은 바뀌었지만, 수능 수학 시험이 수험생에게 요구하는 학습 내용은 그대로입니다.

변화된 형식에 익숙해지되, 수능 수학에서 요구하는 지식과 시험의 성격은 기출 분석을 통해 발견해야 합니다.

우리가 기출문제를 분석해야 하는 이유는 다음과 같습니다.

1

기출 분석을 통해
수능 수학 시험의 성격을
이해할 수 있습니다.

2

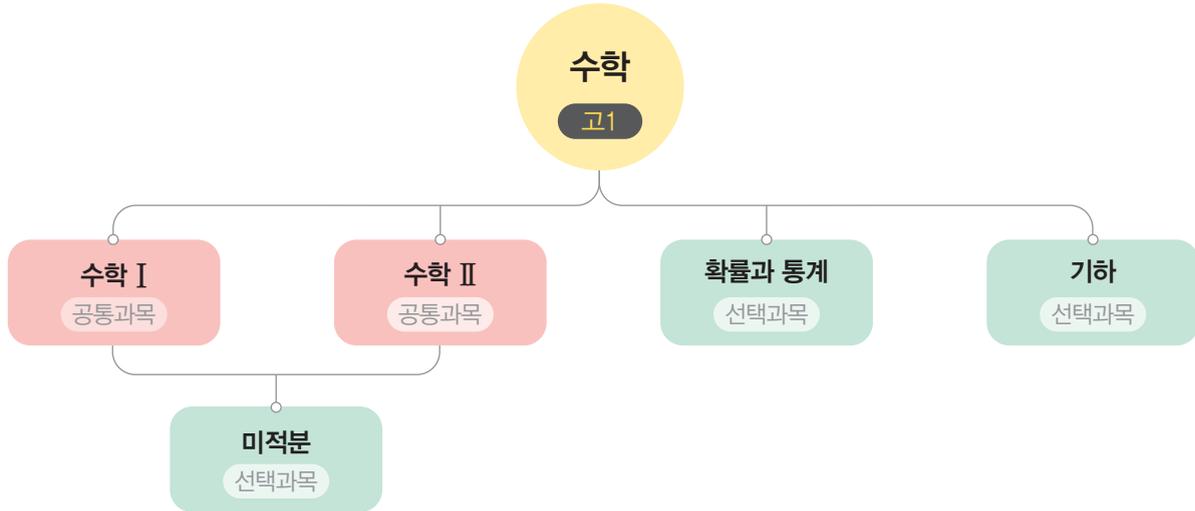
기출 분석을 통해
수능에서 요구하는
문제 해결의 사고 과정을
알 수 있습니다.

3

기출 분석을 통해
평가원에서 사용하는 표현에
익숙해질 수 있습니다.

2022학년도 수능 수학 학습법

2015 개정 교육과정에서 수학 학습의 위계성과 연계성



2015 개정 교육과정에서 수학 과목의 위계·연계성을 보면 '미적분'을 제외한 나머지 '수학 I', '수학 II', '확률과 통계', '기하'는 위계가 없습니다. 따라서 '수학 I', '수학 II', '확률과 통계', '기하' 중에서는 어떤 과목부터 학습을 시작해도 무방합니다. 학생 개개인의 계획 및 여건에 맞게 학습 순서를 정할 수 있다는 뜻입니다.

미적분 선택

'미적분'의 학습 내용은 '수학 I', '수학 II'의 학습 내용과 밀접한 관련이 있으므로 '미적분'을 선택한 학생은 반드시 공통과목인 '수학 I', '수학 II'를 학습한 이후에 선택과목 '미적분'을 학습해야만 합니다.

확률과 통계 / 기하 선택

'확률과 통계' 혹은 '기하'를 선택한 학생은 필요에 맞게 학습 순서를 정해도 되지만 특별히 정하지 않았다면, 공통과목인 '수학 I', '수학 II'를 먼저 공부한 다음에 자신이 선택한 선택과목을 공부하는 것을 권장합니다.

! 단, 고등학교 1학년 때 배우는 '수학' 과목의 개념들은 간접적으로 출제 범위에 포함되며, 모든 공통과목과 선택과목의 기본입니다. '수학' 에서 배우는 핵심 개념과 내용 요소는 아래에 정리를 해 두었습니다. 본격적으로 공통과목과 선택과목을 공부하기 앞서 '수학' 과목에서 부족한 부분이 있다면 반드시 교과서를 통해 학습한 이후에 기출문제를 분석해야 합니다.

- **다항식** - 다항식의 연산, 나머지정리, 인수분해
- **방정식과 부등식** - 복소수와 이차방정식, 이차방정식과 이차함수, 여러 가지 방정식과 부등식
- **도형의 방정식** - 평면좌표, 직선의 방정식, 원의 방정식, 도형의 이동
- **집합과 명제** - 집합, 명제
- **함수와 그래프** - 함수, 유리함수와 무리함수
- **경우의 수** - 경우의 수, 순열과 조합

홀로 공부하는 이상적인 수능 수학 기출 분석 4 STEP

‘최근 5개년 기출 + 2022학년도 예시문항’과 ‘교과서의 개념’이 만나면 ‘수학의 기준’이 잡힌다.

- 수능 수학에서 평가 요소는 교육과정의 성취기준에 근거하고 있습니다. 성취기준은 적용된 교육과정에 따라 다르기 때문에 해당 교육과정의 범위에서 벗어난 기출문제는 오히려 독이 될 수 있습니다.
- 2022학년도 수능 수학을 대비하기 위해서는 2015 개정 교육과정을 바탕으로 한 ‘교과서 개념’이 반영된 기출문제를 기반으로 공부해야 합니다.

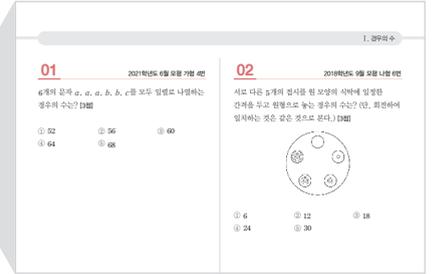
N회독



성취기준에 따른 교과서 개념을 정리하고 예제를 통해 구체적으로 개념을 체화한 후, 칼개념을 어떻게 실제 문제 풀이에 적용해 나가는지 대표 기출문제로 연습합니다.



동일한 성취기준으로 분류된 5개년 기출문제들을 통해 스스로 문제 풀이에 필요한 칼개념이 무엇인지, 그 칼개념을 어떻게 적용하는지를 생각하며 학습합니다.



그룹화된 문제를 풀었던 후, 각 문제마다 자신의 풀이 과정에 적용한 칼개념과 <해설 책> [1부]의 칼개념을 비교하여 제대로 적용했는지, 빠뜨린 개념은 없는지를 확인합니다.



불일치

일치



자신의 풀이에 정확한 칼개념을 적용하지 않았거나 빠뜨린 개념이 있다면 그 개념이 무엇인지 확인하고, 다시 올바르게 칼개념을 적용하여 문제를 풀어봅니다.

자신의 풀이에 정확한 칼개념이 잘 적용되었다면, 자신의 풀이와 <해설 책> [2부]의 해설을 비교해 가며 한 번 더 정리합니다.



개념 이해 부족

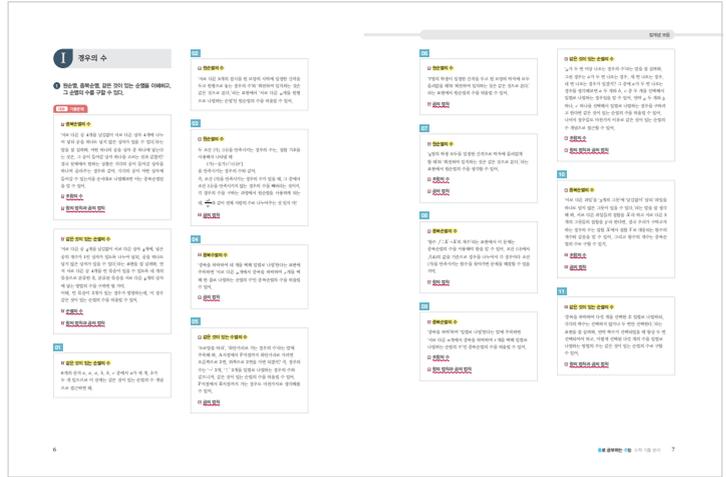
제시된 칼개념을 정확하게 이해할 수 없다면 <문제 책>에 제시된 성취기준에 따른 교과서 개념을 다시 학습한 후, 그 문제를 반복해서 풀어봅니다.

블랙홀수의 심화 해설

• 동일한 성취기준과 평가 요소가 반영된 개념별로 분류된 문제들에 대한 정답과 해설을 친절하고 자세히 담았습니다.

1부 문제풀이에 적용된 칼개념 모음

문제별로 풀이에 적용된 칼개념과 부개념만 따로 모아 놓아, 학생들이 스스로 문제를 풀어본 후 자신이 문제풀이에 적용한 개념들과 쉽게 비교할 수 있도록 하였습니다.



2부 정답과 해설

수록된 모든 기출문제를 빠짐없이 하나하나 친절하게 해설하였습니다.

칼개념을 적용해서 풀어나가는 과정에서, 문제의 상황을 이해하는 데 도움이 되는 개념이나 심화된 개념이 필요할 때 **모두의 질문**, 풀이를 풀다, 개념홀릭을 통해 스스로 학습하고 분석하는 데 어려움이 없도록 하였습니다.

칼개념

발문을 통해 어떤 개념을 떠올리고 문제를 해석해야 하는지를 정리하였습니다. 문제 풀이에 이용된 핵심적인 칼개념은

칼개념

여사건의 확률

여사건을 떠올리는 경우는 보통 사건 구하기가 까다로울 때야. 이 문제는

형광펜으로, 부수적인 개념은 밑줄로 표시해두어 스스로 학습하는 데 도움이 되도록 하였습니다.

풀이를 풀다

풀이와 관련된 심화된 해설이나 두 가지 이상의 풀이가 가능할 때 어떤 풀이가 더 유리한지 등을 다시 한번 풀어서 깊이 있게 설명하였습니다.

풀이를 풀다

' $a > b$ 이고 $a > c$ '라는 조건에서 a 와 a 와 c 사이의 대소 관계가 주어졌을 때 대소 관계는 주어지지 않았으므로 조건을 의 개수를 단번에 구해낼 수 없는 상황

모두의 질문

학생들이 문제를 풀 때 자주 하는 실수, 질문들에 대한 해결책과 답을 수록하여 불안감과 궁금증을 해소할 수 있도록 하였습니다.

모두의 질문

Q 왜 원순열의 수를 구할 때 순열의 가요?

A 4명의 사람 A, B, C, D가 일렬로 서는 순열의 수를 구할 때 순열의 수를 구하면 ABCD, BCDA, CDAB, DABC가 된다.

개념홀릭

문제 풀이에 직접 사용되지는 않지만, 문제의 상황을 이해하고 풀이를 진행하는 데에 기반이 되는 기본 개념을 소개하여 탄탄한 기본기 쌓기에 도움이 될 수 있도록 하였습니다.

개념홀릭

등차수열의 합 유도 과정

다른 풀이에서 a 의 값을 구하지 않고 떠올릴 수 있었을까? 그건 사다리꼴의 등차수열의 합 공식에서 발견할 수 있다.

확률과 통계 차례

I - 경우의 수	문제 책	해설 책
1. 원순열, 중복순열, 같은 것이 있는 순열을 이해하고, 그 순열의 수를 구할 수 있다.	p.12	p.32
2. 중복조합을 이해하고, 중복조합의 수를 구할 수 있다.	p.23	p.40
3. 이항정리를 이해하고 이를 이용하여 문제를 해결할 수 있다.	p.37	p.58
II - 확률	문제 책	해설 책
1. 통계적 확률과 수학적 확률의 의미를 이해한다.	p.50	p.64
2. 확률의 기본 성질을 이해한다.	p.62	p.78
3. 확률의 덧셈정리를 이해하고, 이를 활용할 수 있다.		
4. 여사건의 확률의 뜻을 알고, 이를 활용할 수 있다.	p.73	p.84
5. 조건부확률의 의미를 이해하고, 이를 구할 수 있다.	p.80	p.91
6. 사건의 독립과 종속의 의미를 이해하고, 이를 설명할 수 있다.	p.94	p.105
7. 확률의 곱셈정리를 이해하고, 이를 활용할 수 있다.	p.100	p.110
III - 통계	문제 책	해설 책
1. 확률변수와 확률분포의 뜻을 안다.	p.112	p.120
2. 이산확률변수의 기댓값(평균)과 표준편차를 구할 수 있다.		
3. 이항분포의 뜻을 알고, 평균과 표준편차를 구할 수 있다.		
4. 정규분포의 뜻을 알고, 그 성질을 이해한다.	p.127	p.128
5. 모집단과 표본의 뜻을 알고 표본추출의 원리를 이해한다.	p.139	p.138
6. 표본평균과 모평균의 관계를 이해하고 설명할 수 있다.		
7. 모평균을 추정하고, 그 결과를 해석할 수 있다.	p.146	p.143

확률과 통계 3회독 완성 PLAN

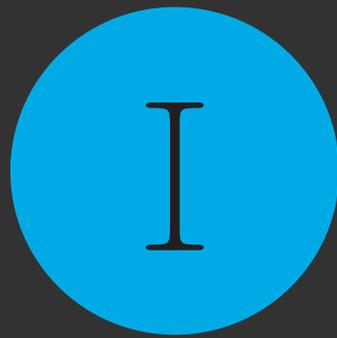
• STEP별로 학습을 완료하면 체크하세요. 그리고 확률과 통계 전체 1회독 학습 완료 후, 2·3회독을 시작하세요.

I 단원		STEP ①	STEP ②	STEP ③	STEP ④	학습완료		학습 날짜
성취기준	문제 책							
1	p.12	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	1회	<input type="checkbox"/>	/
		<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	2회	<input type="checkbox"/>	/
		<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	3회	<input type="checkbox"/>	/
2	p.23	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	1회	<input type="checkbox"/>	/
		<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	2회	<input type="checkbox"/>	/
		<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	3회	<input type="checkbox"/>	/
3	p.37	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	1회	<input type="checkbox"/>	/
		<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	2회	<input type="checkbox"/>	/
		<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	3회	<input type="checkbox"/>	/

II 단원		STEP ①	STEP ②	STEP ③	STEP ④	학습완료		학습 날짜
성취기준	문제 책							
1	p.50	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	1회	<input type="checkbox"/>	/
		<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	2회	<input type="checkbox"/>	/
		<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	3회	<input type="checkbox"/>	/
2/3	p.62	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	1회	<input type="checkbox"/>	/
		<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	2회	<input type="checkbox"/>	/
		<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	3회	<input type="checkbox"/>	/
4	p.73	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	1회	<input type="checkbox"/>	/
		<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	2회	<input type="checkbox"/>	/
		<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	3회	<input type="checkbox"/>	/
5	p.80	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	1회	<input type="checkbox"/>	/
		<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	2회	<input type="checkbox"/>	/
		<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	3회	<input type="checkbox"/>	/
6	p.94	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	1회	<input type="checkbox"/>	/
		<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	2회	<input type="checkbox"/>	/
		<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	3회	<input type="checkbox"/>	/
7	p.100	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	1회	<input type="checkbox"/>	/
		<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	2회	<input type="checkbox"/>	/
		<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	3회	<input type="checkbox"/>	/

III 단원		STEP ①	STEP ②	STEP ③	STEP ④	학습완료		학습 날짜
성취기준	문제 책							
1/2/3	p.112	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	1회	<input type="checkbox"/>	/
		<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	2회	<input type="checkbox"/>	/
		<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	3회	<input type="checkbox"/>	/
4	p.127	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	1회	<input type="checkbox"/>	/
		<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	2회	<input type="checkbox"/>	/
		<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	3회	<input type="checkbox"/>	/
5/6	p.139	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	1회	<input type="checkbox"/>	/
		<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	2회	<input type="checkbox"/>	/
		<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	3회	<input type="checkbox"/>	/
7	p.146	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	1회	<input type="checkbox"/>	/
		<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	2회	<input type="checkbox"/>	/
		<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	3회	<input type="checkbox"/>	/

네가
혼자여도
괜찮은 이유



경우의 수

★
1

원순열, 중복순열, 같은 것이 있는 순열을 이해하고, 그 순열의 수를 구할 수 있다.

• 원순열의 수

서로 다른 n 개를 원형으로 나열하는 순열을 원순열이라고 한다. 이때 원순열의 수는

$$\frac{n!}{n} = (n-1)!$$

이다. 또한 원순열에서는 회전하여 일치하는 경우를 모두 같은 것으로 정한다.

예제 1

오른쪽 그림과 같이 서로 다른 6개의 색을 각각 한 번씩 사용하여 우산을 만들려고 한다. 이때, 만들 수 있는 서로 다른 우산의 개수를 구하시오.



풀이 1



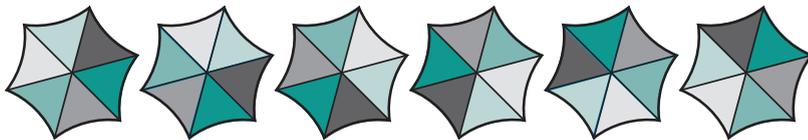
어느 한 가지 색의 자리를 정하는 경우의 수 : 1

×

나머지 5개의 색의 자리를 정하는 경우의 수 : 5!

$1 \times 5! = 120$ (가지)

풀이 2



같은 우산 '한 개'가 위와 같이 '여섯 번씩' 다르게 세어졌으므로 $\frac{6!}{6}$

$\frac{6!}{6} = 5! = 120$ (가지)

예제 2

6명의 가족이 둥근 식탁에 둘러앉을 때, 부모가 서로 마주 보고 앉는 경우의 수를 구하시오.

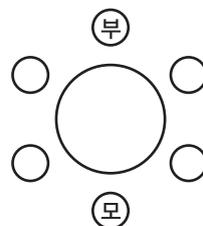
풀이

부모를 먼저 자리에 앉힐 경우의 수 : 1(가지)

나머지 4명을 앉힐 경우의 수 4!(가지)

따라서

$1 \times 4! = 24$ (가지)



• 중복순열의 수

서로 다른 n 개에서 중복을 허락하여 r 개를 택하는 순열을 중복순열이라 한다.
 이때 중복순열의 수는 기호로 ${}_n\Pi_r$ 와 같이 나타낸다. 이때,

$${}_n\Pi_r = \underbrace{n \times n \times n \times \cdots \times n}_{r\text{개}} = n^r$$

이다.

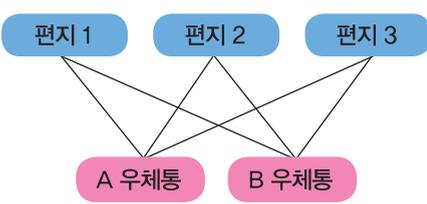
예제

서로 다른 3통의 편지를 A, B 두 우체통에 넣는 경우의 수를 구하시오.

풀이 1

각각의 편지는 우체통 A 또는 B중 하나에 들어가야 한다.
 따라서 구하는 경우의 수는 서로 다른 2개에서 중복을 허용하여
 3개를 택하는 경우의 수와 같다.

따라서
 ${}_2\Pi_3 = 2^3 = 8$ (가지)



풀이 2

편지 1이 들어갈 우체통을 정하는 경우의 수 : 2(가지)
 편지 2가 들어갈 우체통을 정하는 경우의 수 : 2(가지)
 편지 3이 들어갈 우체통을 정하는 경우의 수 : 2(가지)
 곱의 법칙에 의해 구하는 경우의 수는

$$2 \times 2 \times 2 = 8 \text{ (가지)}$$

• 같은 것이 있는 순열의 수

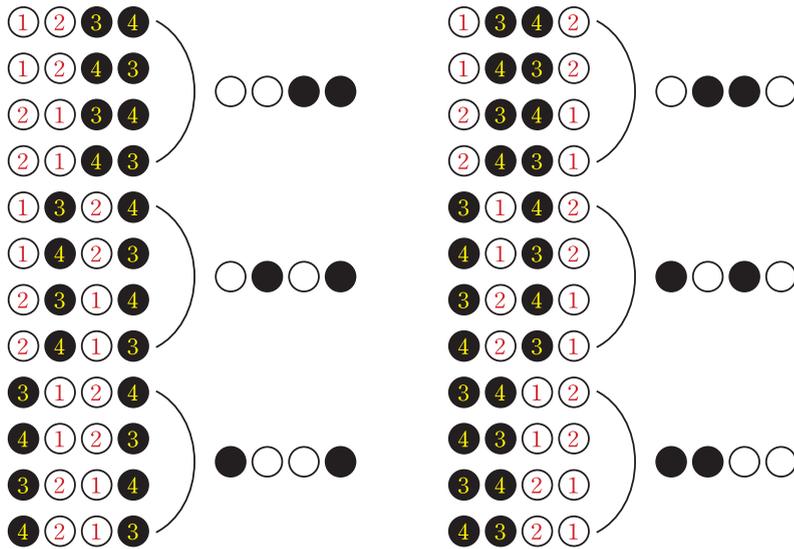
n 개 중에서 서로 같은 것이 각각 p 개, q 개, ..., r 개씩 있을 때, n 개를 모두 일렬로 나열하는 순열의 수는

$$\frac{n!}{p!q!\cdots r!} \quad (\text{단, } p+q+\cdots+r=n)$$

이다.

예제 모양과 크기가 같은 흰 바둑돌 2개와 검은 바둑돌 2개를 일렬로 나열하는 경우의 수를 구하시오.

풀이



서로 다른 4개의 바둑돌을 일렬로 나열할 경우의 수는 $4!$ 이다. 그림에서 알 수 있듯

$$(\text{○ ○ ● ●를 일렬로 나열하는 경우의 수}) \times 2! \times 2! = 4!$$

따라서 구하는 경우의 수는

$$\frac{4!}{2!2!} = 6(\text{가지})$$

서로 다른 공 4개를 남김없이 서로 다른 상자 4개에 나누어 넣으려고 할 때, 넣은 공의 개수가 1인 상자가 있도록 넣는 경우의 수는? (단, 공을 하나도 넣지 않은 상자가 있을 수 있다.) [4점]

- ① 220
- ② 216
- ③ 212
- ④ 208
- ⑤ 204

칼개념

☑ 중복순열의 수

‘서로 다른 공 4개를 남김없이 서로 다른 상자 4개에 나누어 넣되 공을 하나도 넣지 않은 상자가 있을 수 있다.’ 라는 말을 잘 살펴봐. 어떤 하나의 공을 상자 중 하나에 넣는다는 것은, 그 공이 들어갈 상자 하나를 고르는 것과 같겠지? 결국 문제에서 원하는 상황은 각각의 공이 들어갈 상자를 하나씩 골라주는 경우와 같아. 각각의 공이 어떤 상자에 들어갈 수 있는지를 순서대로 나열해보면 이는 중복순열임을 알 수 있어.

☑ 조합의 수

☑ 합의 법칙과 곱의 법칙

풀이

서로 다른 공 4개를 남김없이 공을 하나도 넣지 않은 상자가 있을 수 있도록 서로 다른 상자 4개에 넣는 경우의 수는 $4^4=256$ (가지)이다.

넣은 공의 개수가 1인 상자가 없는 경우는 (4, 0, 0, 0), (2, 2, 0, 0)

이다.

(i) 한 상자에 4개의 공을 모두 넣는 경우
4개의 공을 모두 넣을 상자를 고르는 경우의 수는 ${}_4C_1=4$ (가지)이다.
(조합의 수)

(ii) 두 상자에 각각 2개의 공을 나누어 넣는 경우
공을 넣을 상자를 고르는 경우의 수는 ${}_4C_2=6$ (가지)이다.
(조합의 수)

선택된 상자를 각각 A, B라 할 때, 두 상자에 각각 2개의 공을 나누어 넣는 경우의 수는 ${}_4C_2=6$ (가지)이다.
(조합의 수)

따라서 이때의 경우의 수는 $6 \times 6=36$ (가지)이다.
(곱의 법칙)

따라서 (i), (ii)에서 구하는 경우의 수는

$$256 - (4 + 36) = 216 \text{ (가지)}$$

(합의 법칙)

이다.

01

2020학년도 수능 가형 6번

흰 공 3개, 검은 공 4개가 들어 있는 주머니가 있다.
이 주머니에서 임의로 네 개의 공을 동시에 꺼낼 때,
흰 공 2개와 검은 공 2개가 나올 확률은? [3점]

- ① $\frac{2}{5}$ ② $\frac{16}{35}$ ③ $\frac{18}{35}$
④ $\frac{4}{7}$ ⑤ $\frac{22}{35}$

02

2017학년도 9월 모평 가형 24번(나형 26번)

흰 공 2개, 빨간 공 4개가 들어 있는 주머니가 있다.
이 주머니에서 임의로 2개의 공을 동시에 꺼낼 때,
꺼낸 2개의 공이 모두 흰 공일 확률이 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의
값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)

[3점|4점]

03

2021학년도 9월 모평 나형 8번

네 개의 수 1, 3, 5, 7 중에서 임의로 선택한 한 개의 수를 a 라 하고, 네 개의 수 4, 6, 8, 10 중에서 임의로 선택한 한 개의 수를 b 라 하자. $1 < \frac{b}{a} < 4$ 일 확률은?

[3점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{9}{16}$ ③ $\frac{5}{8}$
 ④ $\frac{11}{16}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

04

2019학년도 수능 가형 10번

주머니 속에 2부터 8까지의 자연수가 각각 하나씩 적힌 구슬 7개가 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 2개의 구슬을 동시에 꺼낼 때, 꺼낸 구슬에 적힌 두 자연수가 서로소일 확률은? [3점]

- ① $\frac{8}{21}$ ② $\frac{10}{21}$ ③ $\frac{4}{7}$
 ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{16}{21}$

네가
혼자여도
괜찮은 이유



제 1 부

칼개념 모음

I 경우의 수

1 원순열, 중복순열, 같은 것이 있는 순열을 이해하고, 그 순열의 수를 구할 수 있다.

대표 기출문제

☑ 중복순열의 수

'서로 다른 공 4개를 남김없이 서로 다른 상자 4개에 나누어 넣어 공을 하나도 넣지 않은 상자가 있을 수 있다.'라는 말을 잘 살펴봐. 어떤 하나의 공을 상자 중 하나에 넣는다는 것은, 그 공이 들어갈 상자 하나를 고르는 것과 같겠지? 결국 문제에서 원하는 상황은 각각의 공이 들어갈 상자를 하나씩 골라주는 경우와 같아. 각각의 공이 어떤 상자에 들어갈 수 있는지를 순서대로 나열해보면 이는 중복순열임을 알 수 있어.

☑ 조합의 수

☑ 합의 법칙과 곱의 법칙

☑ 같은 것이 있는 순열의 수

'서로 다른 공 4개를 남김없이 서로 다른 상자 4개에, 넣은 공의 개수가 1인 상자가 있도록 나누어 넣어, 공을 하나도 넣지 않은 상자가 있을 수 있다.'라는 표현을 잘 살펴봐. 먼저 서로 다른 공 4개를 빈 묶음이 있을 수 있도록 네 개의 묶음으로 분류한 후, 분류된 묶음을 서로 다른 4개의 상자에 넣는 방법의 수를 구하면 될 거야.

이때, 빈 묶음이 2개가 있는 경우가 발생하는데, 이 경우 같은 것이 있는 순열의 수를 떠올릴 수 있어.

☑ 순열의 수

☑ 합의 법칙과 곱의 법칙

01

☑ 같은 것이 있는 순열의 수

6개의 문자 a, a, a, b, b, c 중에서 a 가 세 개, b 가 두 개 있으므로 이 문제는 같은 것이 있는 순열의 수 개념으로 접근하면 돼.

02

☑ 원순열의 수

'서로 다른 5개의 접시를 원 모양의 식탁에 일정한 간격을 두고 원형으로 놓는 경우의 수'와 '회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.'라는 표현에서 '서로 다른 n 개를 원형으로 나열하는 순열'인 원순열의 수를 떠올릴 수 있어.

03

☑ 원순열의 수

두 조건 (가), (나)를 만족시키는 경우의 수는, 집합 기호를 사용해서 나타낼 때

$$(가) - \{(가) \cap (나)\}$$

을 만족시키는 경우의 수와 같아.

즉, 조건 (가)를 만족시키는 경우의 수가 있을 때, 그 중에서 조건 (나)를 만족시키지 않는 경우의 수를 빼버리는 것이지, 각 경우의 수를 구하는 과정에서 원순열을 사용하게 되는데, $\frac{n!}{n}$ 과 같이 전체 사람의 수로 나누어주는 것 잊지 마!

☑ 곱의 법칙

04

☑ 중복수열의 수

'중복을 허락하여 네 개를 택해 일렬로 나열'한다는 표현에 주목하면 '서로 다른 n 개에서 중복을 허락하여 r 개를 택해 한 줄로 나열하는 순열의 수'인 중복순열의 수를 떠올릴 수 있어.

☑ 곱의 법칙

05

☑ 같은 것이 있는 수열의 수

'도로망을 따라', '최단거리로 가는 경우의 수'라는 말에 주목해 봐. A지점에서 P지점까지 최단거리로 가려면 오른쪽으로 2번, 위쪽으로 2번을 가면 되겠지? 즉, 경우의 수는 '→' 2개, '↑' 2개를 일렬로 나열하는 경우의 수와 같으니까, 같은 것이 있는 순열의 수를 떠올릴 수 있어. P지점에서 B지점까지 가는 경우도 마찬가지로 생각해볼 수 있어.

☑ 곱의 법칙

06

☑ 원순열의 수

'7명의 학생이 일정한 간격을 두고 원 모양의 탁자에 모두 둘러앉을 때'와 '회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.'라는 표현에서 원순열의 수를 떠올릴 수 있어.

☑ 곱의 법칙

07

☑ 원순열의 수

'5명의 학생 모두를 일정한 간격으로 탁자에 둘러앉게 할 때'와 '회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.'라는 표현에서 원순열의 수를 생각할 수 있어.

☑ 조합의 수

☑ 곱의 법칙

08

☑ 중복순열의 수

'함수 $f: X \rightarrow X$ 의 개수'라는 표현에서 이 문제는 중복순열의 수를 이용해야 함을 알 수 있어. 조건 (나)에서 $f(4)$ 의 값을 기준으로 경우를 나누어서 각 경우마다 조건 (가)를 만족시키는 함수를 찾아가면 문제를 해결할 수 있을 거야.

☑ 합의 법칙

09

☑ 중복순열의 수

'중복을 허락'하여 '일렬로 나열'한다는 말에 주목하면 '서로 다른 n 개에서 중복을 허락하여 r 개를 택해 일렬로 나열하는 순열의 수'인 중복순열의 수를 떠올릴 수 있어.

☑ 조합의 수

☑ 합의 법칙과 곱의 법칙

☑ 같은 것이 있는 순열의 수

' a 가 두 번 이상 나오는 경우의 수'라는 말을 잘 살펴봐. 그런 경우는 a 가 두 번 나오는 경우, 세 번 나오는 경우, 네 번 나오는 경우가 있겠지? 그 중에 a 가 두 번 나오는 경우를 생각해보면 a 두 개와 b, c 중 두 개를 선택해서 일렬로 나열하는 경우임을 알 수 있어. 만약 a 두 개와 b 하나, c 하나를 선택해서 일렬로 나열하는 경우를 구하려고 한다면 같은 것이 있는 순열의 수를 떠올릴 수 있어. 나머지 경우들도 마찬가지로 이유로 같은 것이 있는 순열의 수 개념으로 접근할 수 있어.

☑ 조합의 수

☑ 합의 법칙과 곱의 법칙

10

☑ 중복순열의 수

'서로 다른 과일'을 '3개의 그릇'에 '남김없이' 담되 '과일을 하나도 담지 않은 그릇이 있을 수 있다.'라는 말을 잘 생각해 봐. 서로 다른 과일들의 집합을 X 라 하고 서로 다른 3개의 그릇들의 집합을 Y 라 한다면, 결국 우리가 구하고자 하는 경우의 수는 집합 X 에서 집합 Y 로 대응되는 함수의 개수와 같음을 알 수 있어. 그리고 함수의 개수는 중복순열의 수로 구할 수 있지.

☑ 조합의 수

☑ 곱의 법칙

11

☑ 같은 것이 있는 순열의 수

'중복을 허락하여 다섯 개를 선택한 후 일렬로 나열하되, 각각의 짝수는 선택하지 않거나 두 번만 선택한다.'라는 표현을 잘 살펴봐. 만약 짝수가 선택되었을 때 항상 두 번 선택되어야 하고, 이렇게 선택된 다섯 개의 수를 일렬로 나열하는 방법의 수는 같은 것이 있는 순열의 수로 구할 수 있어.

☑ 합의 법칙과 곱의 법칙

2 중복조합을 이해하고, 중복조합의 수를 구할 수 있다.

대표 기출문제

☑ 중복조합의 수

' $a+b+c=7$ '을 만족하는 '음이 아닌 정수 a, b, c 의 모든 순서쌍 (a, b, c)의 개수'는 서로 다른 3개에서 중복을 허락하여 7개를 택하는 중복조합의 수와 같아.

☑ 합의 법칙

01

☑ 중복조합의 수

'방정식 $x+y+z+5w=14$ 를 만족시키는 양의 정수 x, y, z, w '라는 표현이 중복조합의 수의 개념을 떠올리게 하지만 $5w$ 가 조금 불편하지? 하지만 이 부분만 처리하고 나면 이후는 그리 어렵지 않아. 예를 들어 $w=1$ 인 경우를 생각해보면 이때는 $x+y+z=9$ 인 경우의 수를 구하면 되겠지. 그런데 이는 x, y, z 중에서 중복을 허용하여 총 9개를 뽑는 상황 이니까 중복조합의 수의 개념을 떠올릴 수 있겠지?

☑ 합의 법칙

02

☑ 중복조합의 수

'네 명의 학생 A, B, C, D에게 같은 종류의 초콜릿 8개를 '적어도 1개의 초콜릿'을 받도록, '남김없이 나누어 주는 경우의 수'라는 표현에 주목해보자. 각각의 학생이 받은 초콜릿의 개수를 a, b, c, d 라 할 때, 방정식 $a+b+c+d=8$ 을 만족하는 자연수 a, b, c, d 의 모든 순서쌍 (a, b, c, d)의 개수와 원하는 경우의 수가 같음을 확인할 수 있지? 따라서 중복조합의 수를 통해 문제를 해결할 수 있어.

☑ 합의 법칙

03

☑ 중복조합의 수

' $x+y+z=10$ '을 만족하는 '음이 아닌 정수 x, y, z '의 '순서쌍 (x, y, z)의 개수'라는 표현을 살펴봐. 이 경우는 x, y, z 중 중복을 허용하여 10개를 뽑는 경우와 같음을 알 수 있는데, 이를 통해서 중복조합의 수를 떠올릴 수 있어.

☑ 합의 법칙

04

☑ 중복조합의 수

' $f(2) \leq f(3) \leq f(4)$ '를 만족시키는 함수 f 의 개수라는 표현을 살펴봐. 이 경우는 집합 X 의 네 원소 1, 2, 3, 4 중에서 중복을 허락하여 세 개의 수를 선택한 뒤, 그 세 개의 수를 각각 a, b, c ($a \leq b \leq c$)라 할 때 $f(2)=a, f(3)=b, f(4)=c$ 로 놓으면 조건을 만족시키게 돼. 즉, 중복조합의 수를 이용하면 문제를 해결할 수 있을 거야.

☑ 곱의 법칙

☑ 조합의 수

이 문제를 풀 때 $f(2) \leq f(3) \leq f(4)$ 를 만족하도록 $f(2), f(3), f(4)$ 의 값을 대응시키는 경우의 수를 중복조합으로 구할 수 있다는 것을 바로 알아내지 못하더라도 괜찮아. 차근차근 경우를 나누어 풀면 약간 돌아가더라도, 정답에 더 명확하게 도달할 수 있어.

☑ 합의 법칙, 곱의 법칙

05

☑ 중복조합의 수

'같은 종류의 구슬 7개'를 '주머니 3개에 남김없이 나누어 넣는다.'는 표현을 통해서 각각의 주머니에 담긴 구슬의 개수를 정하는 방법의 수인 중복조합의 수를 떠올릴 수 있어.

☑ 곱의 법칙



정답과 해설

III

통계

- 1 확률변수와 확률분포의 뜻을 안다.
- 2 이산확률변수의 기댓값(평균)과 표준편차를 구할 수 있다.
- 3 이항분포의 뜻을 알고, 평균과 표준편차를 구할 수 있다.

01. ①	02. 32	03. 15	04. ①	05. 80
06. ②	07. ③	08. ⑤	09. ①	10. ②
11. ①				

대표 기출문제 2021학년도 9월 모평 가형 26번(나형 27번)

두 이산확률변수 X, Y 의 확률분포를 표로 나타내면 각각 다음과 같다.

X	1	2	3	4	합계
$P(X=x)$	a	b	c	d	1

Y	11	21	31	41	합계
$P(Y=y)$	a	b	c	d	1

$E(X)=2, E(X^2)=5$ 일 때, $E(Y)+V(Y)$ 의 값을 구하시오. [4점]

알개념

확률변수 $aX+b$ 의 평균, 분산, 표준편차

‘두 이산확률변수 X, Y 의 확률분포’가 주어지고, 확률변수 X 와 Y 사이의 관계가 일차식 ‘ $Y=10X+1$ ’임을 알 수 있어, 따라서 확률변수 $aX+b$ 의 평균과 분산을 구하는 개념을 떠올릴 수 있지.

이산확률변수의 평균, 분산, 표준편차

풀이

이산확률변수 X 에 대하여 $Y=10X+1$ 이라 하면

$$E(Y)=E(10X+1)$$

$$=10E(X)+1$$

$$=10 \times 2 + 1 = 21$$

이고,

$$V(Y)=V(10X+1)$$

$$=10^2V(X)=100V(X)$$

$$=100(E(X^2)-\{E(X)\}^2)$$

(이산확률변수의 평균, 분산, 표준편차)

$$=100(5-2^2)=100$$

이다.

따라서 구하는 값은

$$E(Y)+V(Y)=21+100=121$$

이다.

정답 / 121

01 2022학년도 5월 예시문항 ‘확률과통계’ 23번

확률변수 X 가 이항분포 $B(80, \frac{1}{8})$ 을 따를 때, $E(X)$ 의 값은?

[2점]

① 10 ② 12 ③ 14
 ④ 16 ⑤ 18

알개념

이항분포의 평균, 분산, 표준편차

확률변수 X 가 이항분포 $B(80, \frac{1}{8})$ 을 따를 때, 평균이 어떻게 되는지 떠올리며 문제에 접근해 보자!

풀이

확률변수 X 가 이항분포 $B(80, \frac{1}{8})$ 을 따르므로

$$E(X)=80 \times \frac{1}{8}=10$$

이다.

정답 / ①

02 2020학년도 9월 모평 가형 22번

확률변수 X 가 이항분포 $B(n, \frac{1}{4})$ 을 따르고 $V(X)=6$ 일 때, n 의 값을 구하시오. [3점]

알개념

이항분포의 평균, 분산, 표준편차

풀이

확률변수 X 가 이항분포 $B\left(n, \frac{1}{4}\right)$ 을 따르므로

$$E(X) = n \times \frac{1}{4}$$

$$V(X) = n \times \frac{1}{4} \times \left(1 - \frac{1}{4}\right) = 6$$

이다.

따라서 $\frac{3}{16}n = 6$ 이므로 구하는 값은

$$n = \frac{16}{3} \times 6 = 32$$

이다.

정답 / 32

03

2020학년도 수능 가형 23번(나형 24번)

정답 / ①

확률변수 X 가 이항분포 $B(80, p)$ 를 따르고 $E(X) = 20$ 일 때, $V(X)$ 의 값을 구하시오. [3점]

칼개념

이항분포의 평균, 분산, 표준편차

풀이

확률변수 X 가 이항분포 $B(80, p)$ 를 따르므로

$$E(X) = 80 \times p = 20$$

에서 $p = \frac{1}{4}$ 이다.

따라서 구하는 값은

$$V(X) = 80 \times \frac{1}{4} \times \left(1 - \frac{1}{4}\right) = 15$$

이다.

정답 / 15

04

2019학년도 수능 가형 8번

확률변수 X 가 이항분포 $B\left(n, \frac{1}{2}\right)$ 을 따르고

$E(X^2) = V(X) + 25$ 를 만족시킬 때, n 의 값은? [3점]

- ① 10 ② 12 ③ 14
 ④ 16 ⑤ 18

칼개념

이항분포의 평균, 분산, 표준편차

이산확률변수의 분산

풀이

$$V(X) = E(X^2) - \{E(X)\}^2 \text{이므로}$$

(이산확률변수의 분산)

$$E(X^2) = V(X) + 25$$

에서 $\{E(X)\}^2 = 25$, 즉 $E(X) = 5$ 이다.

따라서

$$E(X) = n \times \frac{1}{2} = 5$$

이므로 구하는 값은 $n = 10$ 이다.

모두의 질문

Q 풀이에서 $\{E(X)\}^2 = 25$ 이면 $E(X) = -5$ 일 수도 있지 않나요?

A 좋은 질문이야. 이차방정식을 풀게 되면 음수인 경우도 조건을 만족할 수 있지. 이때 음수가 불가능하다는 것은 이산확률변수의 평균을 뜻에 따라 생각해 보면 알 수 있어. 이항분포 $B\left(n, \frac{1}{2}\right)$ 을 따르는 확률변수 X 는 '성공할 확률이 $\frac{1}{2}$ 인 시행을 n 번 반복할 때 성공한 횟수'를 나타내므로 최솟값은 0, 최댓값은 n 이 되지. 따라서 그 평균인 $E(X)$ 는 ' n 번 시행했을 때 평균 성공 횟수'를 의미하므로 음수가 될 수 없어.

05

2019학년도 9월 모평 가형 24번(나형 27번)

이항분포 $B\left(n, \frac{1}{2}\right)$ 을 따르는 확률변수 X 에 대하여

$V\left(\frac{1}{2}X + 1\right) = 5$ 일 때, n 의 값을 구하시오. [3점 | 4점]

칼개념

이항분포의 평균, 분산, 표준편차

확률변수 $aX + b$ 의 평균, 분산, 표준편차